

Zadania domowe na: 12 marca 2015

Zadanie 1. Udowodnić indukcyjnie, że dla ciągu danego rekurencją

$$\begin{cases} c_0 = -3; \\ c_1 = 1; \\ c_n = 2c_{n-1} - c_{n-2} \quad \text{for } n \geq 2, \end{cases}$$

zachodzi $c_n = 4n - 3$ dla $n \geq 0$.

Zadanie 2. Bolek wybrał 300 różnych podzbiorów 3-elementowych ze zbioru $\{1, \dots, 100\}$. Pokaż, że pewne dwa z tych podzbiorów mają tę samą sumę elementów.

Zadanie 3. W pewnym kraju jest dokładnie 100 lotnisk. Pokaż, że wśród nich istnieją dwa lotniska, które mają połączenia z taką samą liczbą lotnisk w tym kraju. (Zakładamy, że pewne lotnisko może być nieczynne oraz że lotnisko A ma połączenie z B tylko wtedy, gdy B ma połączenie z A)

Zadanie 4. Do każdej z 72 różnych urn wkładamy 3 piłki, z których każda może być czerwona lub niebieska, lub zielona (piłki tego samego koloru są nierozróżnialne). Pokaż, że istnieje 8 urn zawierających taką samą kombinację piłek.